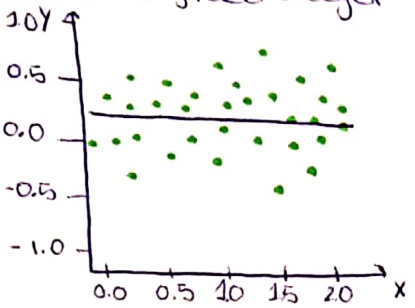
AJUSTE POR Mínimos CUADRADOS - RECTA DE REGRESIÓN -

• Tenemos una nube de puntos y queremos ajustar una función de tipo:

- Línea recta (polinomio grado 1) * Único caso lineal → se obtiene recta de regresión.
- Parábola o polinomio de grado mayor
- Exponencial
- Logarítmica
- Trigonométrica
- Potencial



Recta de regresión para una nube de puntos dada.

* Obtención recta de regresión

f(a,b) es la función distancia que queremos minimizar.

* viene dado por el ejercicio

$$f(a,b)=\sum_{j=1}^{n}(d_j)^2=\sum_{j=1}^{n}(y_j-(a+b\cdot s_j))^{2*}$$

1) Para obtener el mínimo se deriva parcialmente respecto a cada variable y se iguala a 0

$$\frac{\partial f}{\partial a}=2\sum_{j=1}^{n}[(y_j-(a+b\cdot s_j))(-1)]=0 \quad \sum_{j=1}^{n}y_j=\sum_{j=1}^{n}a+b\sum_{j=1}^{n}s_j \quad na+b\sum_{j=1}^{n}s_j=\sum_{j=1}^{n}y_j$$

$$\frac{\partial f}{\partial b}=2\sum_{j=1}^{n}[(y_j-(a+b\cdot s_j))(-s_j)]=0 \quad \sum_{j=1}^{n}(y_j\cdot s_j)=\sum_{j=1}^{n}(a\cdot s_j)+b\sum_{j=1}^{n}(s_j)^2 \quad a\sum_{j=1}^{n}s_j+b\sum_{j=1}^{n}(s_j)^2=\sum_{j=1}^{n}(y_j\cdot s_j)$$

OPERAR →

Llamamos

$$SX=\sum_{j=1}^{n}s_j$$

$$SY=\sum_{j=1}^{n}y_j$$

$$SX2=\sum_{j=1}^{n}(s_j)^2$$

$$SSY=\sum_{j=1}^{n}(y_j\cdot s_j)$$

Por lo tanto las operaciones anteriores simplificadas serían:

$$\begin{cases} na+bSX=SY \\ aSX+bSX2=SSY \end{cases}$$

* Como tenemos dos ecuaciones obtenemos a y b por Cramer:

$$b=\frac{n\cdot SSY-SX\cdot SY}{n\cdot SX2-(SX)^2}$$

$$a=\frac{SY\cdot SX2-SX\cdot SSY}{n\cdot SX2-(SX)^2}$$

Ejercicio:

- Vector S de n componentes → contiene las abcisas de la nube de puntos.
- Vector y de n componentes → contiene los ordenados de la nube de puntos.
- Variable L
- Variable P

* Todos estos datos vienen dados.

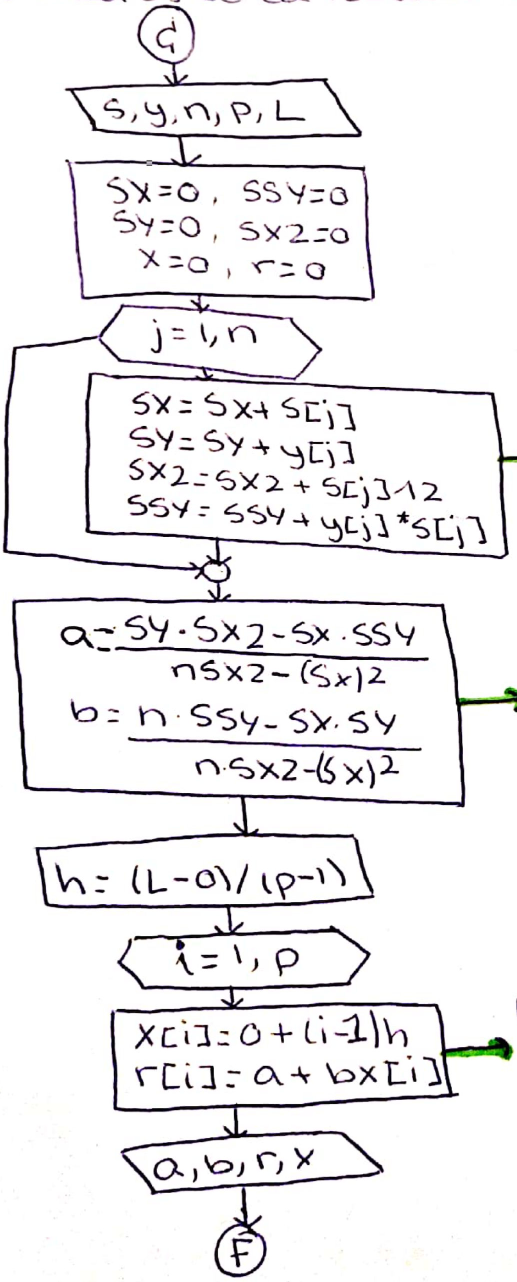
Realizar: un algoritmo para el cálculo de los coeficientes de la recta de regresión y los valores que toma en una serie de puntos.

Recordar !!!

$SX = \sum_{j=1}^{n} s_j \quad SY = \sum_{j=1}^{n} y_j \quad SX2 = \sum_{j=1}^{n} (s_j)^2 \quad SSY = \sum_{j=1}^{n} (y_j s_j)$

$a = \dfrac{SY \cdot SX2 - SX \cdot SSY}{n \cdot SX2 - (SX)^2} \qquad b = \dfrac{n \cdot SSY - SX \cdot SY}{n\, SX2 - (SX)^2}$

Por lo que el algoritmo el cual da como resultado a y b; y r el vector que contiene los valores de la recta de regresión en cada punto del vector x:



Estamos calculando los sumatorios.

Hemos obtenido el valor de a y b.

Hemos obtenido el vector r que tiene b como pendiente a como ordenada en el origen. Contiene el valor de la recta de regresión en cada punto del vector x.