

CÁLCULO DEL VALOR APROXIMADO DE DERIVADAS

MÉTODO GENERAL

$$f^{(k)}(x^*) \approx \sum_{j=1}^n c_j \cdot f(s_j)$$

$$\frac{2}{105 \cdot h} \cdot f(x^* - 2 \cdot h) - \frac{13}{12 \cdot h} \cdot f(x^* - \frac{1}{2} \cdot h) + \frac{11}{10 \cdot h} \cdot f(x^* + \frac{1}{2} \cdot h) - \frac{1}{28 \cdot h} \cdot f(x^* + \frac{3}{2} \cdot h)$$

$$\frac{2}{105 \cdot h} \cdot f(x^* - 2 \cdot h) - \frac{13}{12 \cdot h} \cdot f(x^* - \frac{1}{2} \cdot h) + \frac{11}{10 \cdot h} \cdot f(x^* + \frac{1}{2} \cdot h) - \frac{1}{28 \cdot h} \cdot f(x^* + \frac{3}{2} \cdot h)$$

EJERCICIO 1 (P9_EJ1)

Prográmese en MATLAB el cálculo del valor aproximado de $f'(1)$ siendo $f(x) = \text{sen}(x \cdot \pi/2)$, mediante la fórmula

$$\frac{2}{105 \cdot h} \cdot f(x^* - 2 \cdot h) - \frac{13}{12 \cdot h} \cdot f(x^* - \frac{1}{2} \cdot h) + \frac{11}{10 \cdot h} \cdot f(x^* + \frac{1}{2} \cdot h) - \frac{1}{28 \cdot h} \cdot f(x^* + \frac{3}{2} \cdot h)$$

utilizando el soporte: $s = \{0.8, 0.95, 1.05, 1.15\}$

$$f^{(k)}(x^*) \approx \sum_{j=1}^n c_j \cdot f(s_j)$$

$$\text{vap} = \sum_{J=1}^n c_J \cdot f(s_J)$$

programarlo

```
%OBTENGO EL VALOR APROXIMADO. SUMATORIO
```

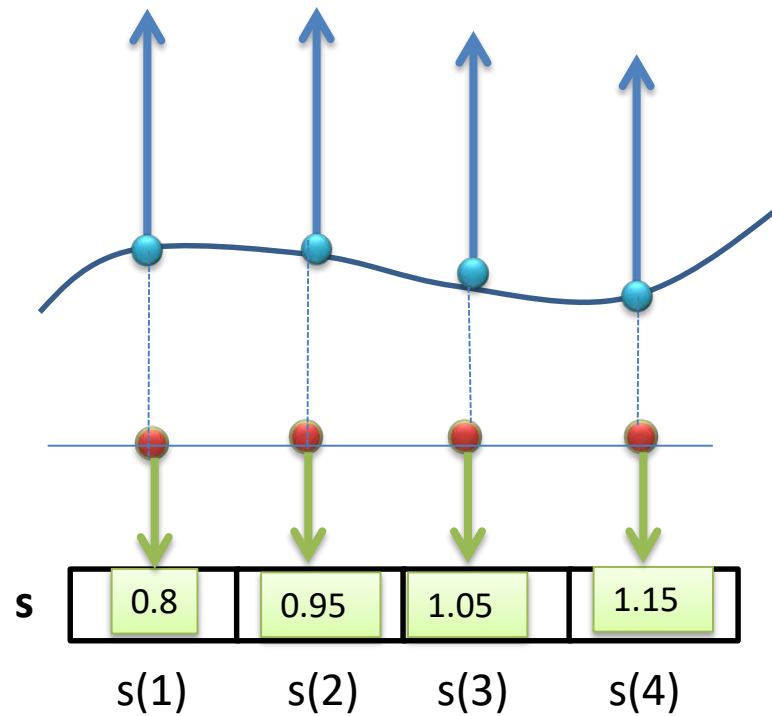
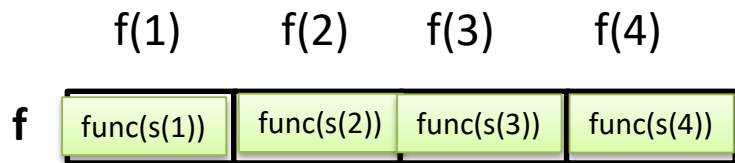
```
vap=0;  
for J=1:1:n  
vap=vap+(f(J)*c(J));  
end
```

Aplicamos la primera regla (derecha signo igual)

f

C

f



programarlo

%NOS DAN LA FUNCIÓN

```
syms x func(x)  
func(x) = sin(pi*x./2);
```

%valores de f

```
f=eval(func(s));%evalúo f en vector soporte s (f(s))
```

C

Pide la derivada $f'(1)$, así pues $x=1$

$$\frac{2}{105.h} \cdot f(x^* - 2.h) - \frac{13}{12.h} \cdot f(x^* - \frac{1}{2}.h) + \frac{11}{10.h} \cdot f(x^* + \frac{1}{2}.h) - \frac{1}{28.h} \cdot f(x^* + \frac{3}{2}.h)$$

Tengo que obtener h

s	0.8	0.95	1.05	1.15
	s(1)	s(2)	s(3)	s(4)

$$x-2h= 0.8 \rightarrow 1-2 \cdot h=0,8 \rightarrow h=-\frac{(0,8-1)}{2}=\frac{0,2}{2}=0,1$$

Así pues el vector de coeficientes es:

$$c=[20/105, -130/12, 11, -10/28];$$

¿QUÉ ERROR HAY EN EL CÁLCULO DE LA DERIVADA?

```
f1(x)=diff(func(x))  
vex=eval(f1(1))%VALOR EXACTO DE LA DERIVADA EN VALOR 1  
disp(['Valor exacto: ',num2str(vex)])  
disp(['Valor aprox.1: ',num2str(vap1)])
```

Ir a la práctica para ver otras formas de obtener el valor aproximado

2º Siendo h un valor estrictamente positivo, una fórmula que permite aproximar el valor de la 3ª derivada de una función $f(x)$ en una abscisa x^* sobre el soporte es:

$$f'''(x^*) \approx \frac{-f(x^* - h) + 8f(x^* + h) - 14f(x^* + 2h) + 9f(x^* + 3h) - 2f(x^* + 4h)}{2h^3}$$

Se pide:

2-1º) *Escríbase un subprograma **function** MATLAB, llamado **FP9_EJ2** en el que siendo **argumentos de entrada**: x^* (abscisa en la que se evalúa la 3ª derivada), h (valor real estrictamente positivo) y f (función cuya derivada 3ª se quiere aproximar), se calcule como **argumento de salida** el valor **VAP** que aproxima $f'''(x^*)$ mediante la fórmula anterior.*

```

function [VAP]=P9_EJ2 (xs, h, f)
% ESTA FUNCIÓN APROXIMA f'''(x*) USAN- % DO LA
FÓRMULA:
% f'''(x*)~[(-f(x*-h)+8·f(x*+h)-
%           -14·f(x*+2h)+9·f(x*+3h)-
%           -2·f(x*+4h)]/(2*h^3)
s=[xs-h;xs+h;xs+2*h;xs+3*h;xs+4*h];
c=(1/(2*h^3))*[-1; 8; -14; 9; -2];
F=f(s);
VAP=0
n=length(c)
for i=1:1:n
    VAP=VAP+(c(i)*F(i))
end
end

```


2-2º) Escribese un script, llamado **P9_EJ2**, en el que se utilice el subprograma desarrollado en el apartado anterior para evaluar las aproximaciones de la derivada tercera de la función $f(x) = e^{(1-x)} \cdot \sin(\pi \cdot x)$ en la abscisa $x^*=1$, utilizando los valores de $h = 0.1, 0.05, 0.025, 0.0125, \dots, 0.1 \cdot 2^{-20}$.

Además, el script debe obtener para cada uno de los anteriores valores de h el valor absoluto del error cometido y representar la evolución del error en una gráfica logarítmica.

Para cada h hay que calcular el valor aproximado, el exacto y el error

1 CALCULAMOS EL VALOR EXACTO DE LA DERIVADA TERCERA

2 Para cada caso de h calcular el valor aproximado y el error.

2.1 ¿Cuántos h hay?

2.2 Si los meto todos en un vector H , entonces el programa sería:

PARA CADA i DESDE 1 hasta longitud del vector H hacer:

2.2.1 Calcular el valor aproximado (llamar a la función)

2.2.2. Calcular el error

3 Gráfica logarítmica de H y de el ERROR

4 Escribimos una tabla con los valores de H , el valor exacto y el aproximado para cada H

5 Escribimos los H junto con el Error.

```

% PUNTO 1
clc
clear all
syms x f(x)
f(x)=exp(1-x)*sin(pi*x);

% xs: punto en el que se aproxima la %      3ªderivada
xs=1.;
f1=diff(f(x),x,3);%otra forma diff(f(x),3))
Vex=eval(subs(f1,x,xs))%subs sustituye la x por xs en f
% Inicializamos h con el doble del
% primer valor con el que se quiera
% aplicar la fórmula ...

% PUNTO 2 NCASOS: nº de valores que tomará h
NCASOS=20;
h=0.2;%lo iniciamos con el doble para que después se haga el primer valor de h
for I=1:1:NCASOS
    h=h/2; % Reducimos h a la mitad ...

    [aux]= P9_EJ2(xs, h, f);%valor aproximado con h
    % .. almacenándolo como VAPR(I)...
    VAPR(I)=eval(aux);%VALOR APROXIMADO
    %VAPR(I)=aux;
    % ... guardando como H(I) el tamaño
    % del paso (h) usado y evaluando
    % en ERTR(I) el valor absoluto
    % del error cometido...
    H(I)=h;    ERTR(I)=abs(Vex-VAPR(I));%"tabla" con valor de h y error
    % ... y pasamos al caso siguiente
end

```

```

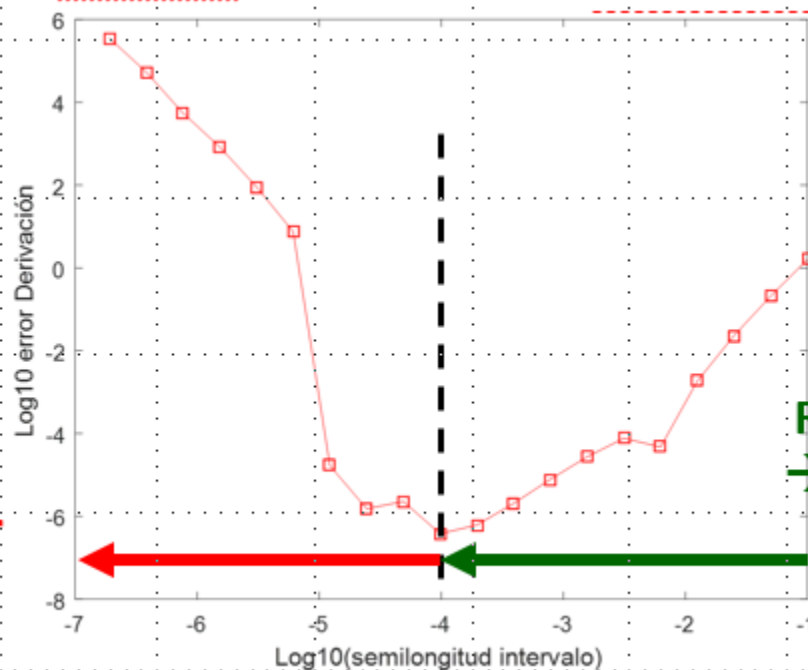
%PUNTO 3
% Representamos en una gráfica para cada
% logaritmo decimal de los valores de h
% considerados, el logaritmo decimal del
% error cometido.
plot(log10(H),log10(ERTR),'-sr')
xlabel('Log10(semilongitud intervalo)')
ylabel('Log10 error Derivación')
% Escribimos en pantalla para cada valor
% de h usado, el valor exacto y el
% aproximado calculado.
%PUNTO 4
format long
for ICASO=1:1:NCASOS
    disp(['H= ', num2str(H(ICASO)), ...
        ' VEX = ', num2str(Vex), ...
        ' VAPR= ', num2str(VAPR(ICASO))])
end
% Escribimos en pantalla para cada valor
% de h usado, el error cometido.
for ICASO=1:1:NCASOS
    disp(['H= ', num2str(H(ICASO)), ...
        ' Error = ', num2str(ERTR(ICASO))])
end

```

Curso 2020/21

H= 1.2207e-05	<u>Error</u> = 1.6786e-05
H= 6.1035e-06	<u>Error</u> = 7.5166
H= 3.0518e-06	<u>Error</u> = 90.81
H= 1.5259e-06	<u>Error</u> = 834.4848
H= 7.6294e-07	<u>Error</u> = 5497.7832
H= 3.8147e-07	<u>Error</u> = 53406.9634
H= 1.9073e-07	<u>Error</u> = 351858.0815

Reducciones de paso implican crecimiento de los errores (por el redondeo)



Reducción de paso →
→ Aumento de error
(Predomina error de redondeo)

Reducción de paso →
→ Reducción de error
(Predomina error de truncatura)