SEGUNDO PARCIAL 16-17

EJERCICIO 1

En un reactor químico se ha medido la temperatura que se alcanza en 3 puntos de coordenadas x1,x2,x3 obteniendo la siguiente tabla:

Coordenadas(m)	x1	x2	x3
Temperatura(K)	T1	T2	T3

Se pide:

A) Realizar un ORGANIGRAMA tal que: dado el vector x, que contiene las coordenadas y un vector T que contiene los valores de la temperatura, obtenga un punto z en el que se encuentre la temperatura máxima y el valor de dicha temperatura que se almacenará en una variable P. Empléese para ello el polinomio interpolador de Lagrange de segundo grado que se obtiene utilizando el vector x como soporte.

B) Considerando ahora el caso particular:

Coordenadas(m)	0	1	5
Temperatura(K)	290	40	320

Calcular el valor del flujo calorífico, Φ, en los puntos x=0, x=1, x=3.5 y x=5; sabiendo que el coeficiente de difusión de calor es D=0.25 m2 /s.

EJERCICIO 2

Se considera el sistema triangular superior:

$$\begin{cases} a_{1,1}u_1 & & & & & & = & b_1 \\ a_{2,1}u_1 & + & a_{2,2}u_2 & & & & = & b_2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\ \cdots & \cdots\ \cdots & & & \cdots \\ a_{n-1,1}u_1 & + & a_{n-1,2}u_2 & + & a_{n-1,3}u_3 & + \cdots & a_{n-1,n-1}u_{n-1} & & = & b_{n-1} \\ a_{n,1}u_1 & + & a_{n,2}u_2 & + & a_{n,3}u_3 & + \cdots & a_{n,n-1}u_{n-1} & +a_{n,n}u_n & = & b_n \end{cases}$$

Realiza un organigrama para obtener, por descenso, el vector solución u.

EJERCICIO 3

Se considera una función f de la que se quiere aproximar: $\int_a^b f(x)dx$ y un vector s formado por los n puntos equidistantes $\{s_1, s_2, ..., s_n\}$ que constituye el soporte para integración numérica. Se pide:

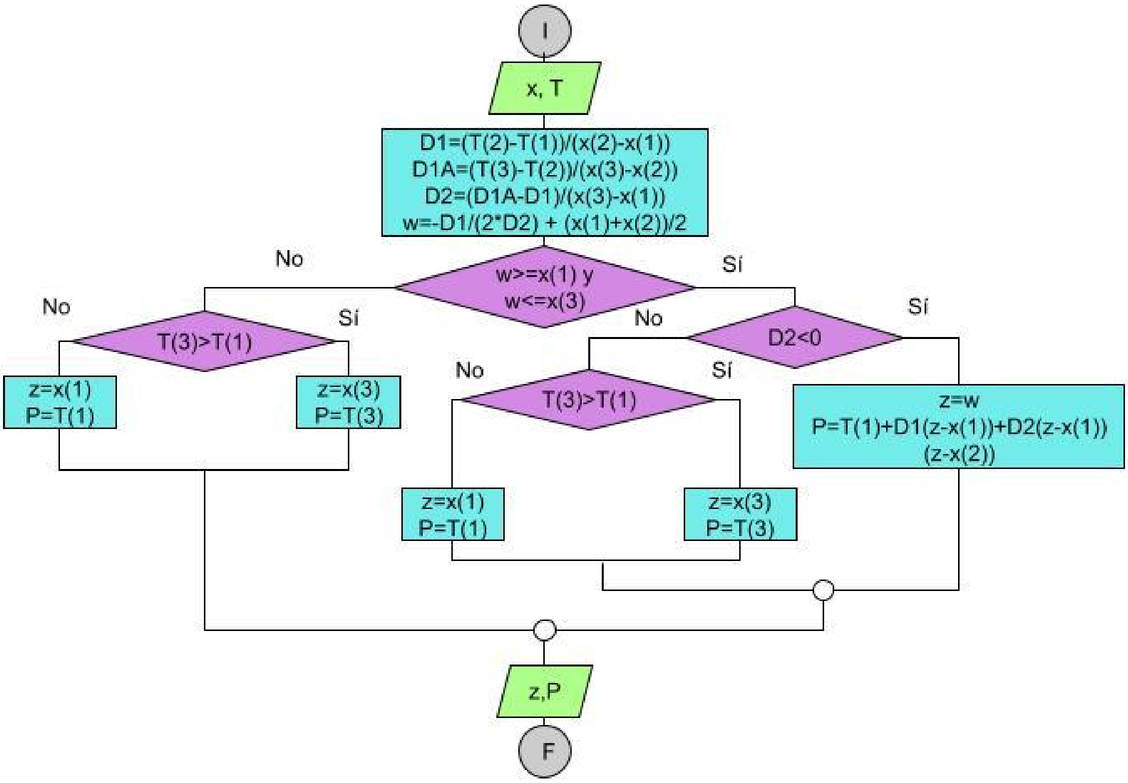
A) Obtener la expresión general que se obtiene al aplicar la fórmula de punto medio compuesta.

B) Diseñar un ORGANIGRAMA para obtener dicha fórmula.

SOLUCIONES

Ejercicio 1

A)



Para realizar este organigrama, primero obtenemos los valores de las diferencias divididas que darán lugar al polinomio de Lagrange. A continuación, comparamos los valores entre sí para saber cuál es el máximo y almacenar este último en la variable Z.

B)

Para calcular el flujo calorífico en dichos puntos, debemos tener en cuenta la expresión de la ley de Fournier: $\Phi(x) = \ -0,25\frac{dT}{dx}(x)$

De esta forma hallamos el polinomio de Lagrange que es la aproximación de T y realizamos su derivada. Posteriormente, sustituimos por dicho valores.

Obtenemos el polinomio por el método de diferencias divididas, igual que se emplea en el organigrama:

x	f(x)	Diferencia dividida	
0	290	110	-26
1	400	-20	
5	320		

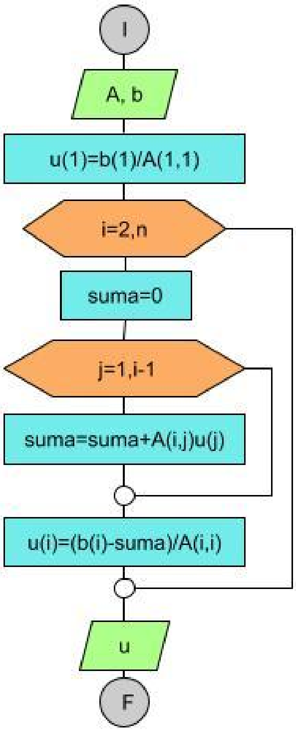
P(x)=290 + 110x - 26(x-1); **P'(x)=** -52x + 136

Aplicamos la ley de Fournier:

x	**FLUJO CALORÍFICO**
0	-34
1	-21
3,5	11,5
5	31

NOTA: no debemos confundir los puntos de soporte, aquellos que usamos para hallar el polinomio, con los puntos en los cuales nos piden hallar el flujo de calor, que sustituimos en la ley de Fournier.

Ejercicio 2



Para hallar el algoritmo, vamos resolviendo el sistema de ecuaciones, empezando por u(1), de manera que para calcular u(2), nuestra incógnita, necesitaríamos el dato que acabamos de calcular, u(1). Por tanto, vamos a inicializar el bucle de la matriz desde i=2, puesto que ya conocemos u(1); y vamos a crear un sumatorio que recoja los valores conocidos de cada sistema, para poder hallar nuestras incógnitas aplicando la ecuación general, que consta de haber despejado u(i).

El procedimiento que sigue el algoritmo es el siguiente para hallar u(2):

a(2,1)*u(1)+a(2,2)*u(2)=b(2); suma=0+a(2,1)u(1); u(2)=[b(2)-a(2,1)u(1)]/a(2,2)

Y sucede así para cada ecuación.

Por último, damos salida al vector u, que almacena los valores calculados.

Ejercicio 3

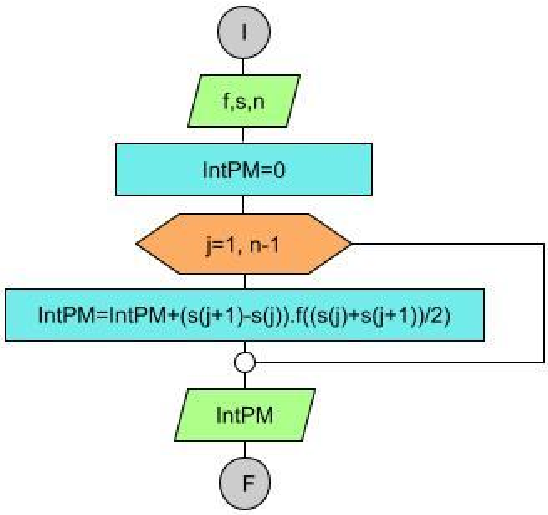
A)

$$\int_a^b f(x)dx \approx (s_2 - s_1)f\left(\frac{s_1+s_2}{2}\right) + (s_3 - s_2)f\left(\frac{s_2+s_3}{2}\right) + \cdots + (s_n - s_{n-1})f\left(\frac{s_{n-1}+s_n}{2}\right) =$$

$$= \sum_{j=1}^{n-1}(s_{j+1} - s_j)f\left(\frac{s_j+s_{j+1}}{2}\right)$$

Aplicamos la fórmula del punto medio para integrar n-1 intervalos por lo que tenemos: f((a-b)/2)(b-a) para cada intervalo con sus respectivos puntos equidistantes. De esta forma es más rápido y sencillo integrar, obteniendo claro está, una aproximación del valor real.

B)



El siguiente organigrama, permite obtener la fórmula anterior. Igualamos la integral del punto medio a 0, y abrimos un bucle a un sumatorio. Este a medida que cambie la j, nos va a permitir añadir un término más, hasta llegar a n-1, dado que lo que permite la fórmula del punto medio es aproximar la integral, calculando el área de n-1 intervalos.