SUMATORIOS

¿QUE SON?

Los sumatorios son unos operadores matemáticos utilizados para expresar una suma de muchos términos (sumandos), hasta n sumandos generalmente, o incluso hasta infinitos sumandos. Los sumatorios, como veremos a continuación, se representa con la letra griega sigma (∑).

¿CÓMO SE DENOTA Y CUALES SON SUS COMPONENETES?

EJEMPLO DE SUMATORIO:

$$S = \sum_{n=1}^{7} 7n + 3$$

COMPONENTES:

n=1: primer valor de la variable n

7: ultimo valor de la variable n del sumatorio

7n+3: fórmula de los términos del sumatorio

∑: Nos indica que se trata de un sumatorio

Por lo tanto, el sumatorio consiste una suma de términos (sumandos) que se repite tantas veces como el valor de n (o de otra variable cualquiera) indique, y en los que cada sumando está representado por cada valor adquirido por la variable n en la fórmula de los términos del sumatorio.

Veámoslo tomando con el ejemplo anterior:

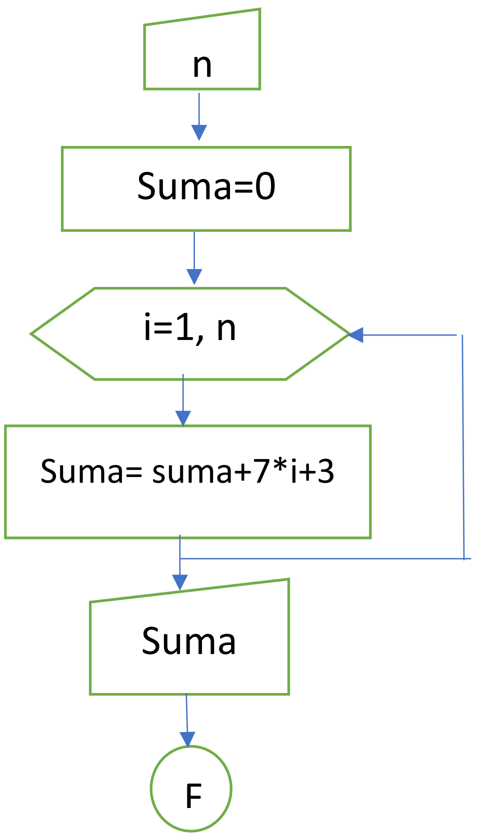
n=1	S=7*1+3=10	n=2	S=7*2+3=17
n=3	S=7*3+3=24	n=4	S=7*4+3=31
n=5	S=7*5+3=38	n=6	S=7*6+3=45
n=7	S=7*7+3=52		

S= 10+17+24+31+38+45+52=21

En este caso, el primer valor de n es 1 y el último 7 por lo que debemos repetir la operación de operación de suma 7 veces. Cada término del sumatorio adquiere un valor determinado para cada valor de n, este proceso se repite 7 veces y se va sumando cada término obtenido hasta obtener el resultado final.

¿CÓMO REALIZAR UN ALGORITMO PARA EL SUMATORIO?

$$suma = \sum_{i=1}^{n} 7i + 3$$



PASOS:

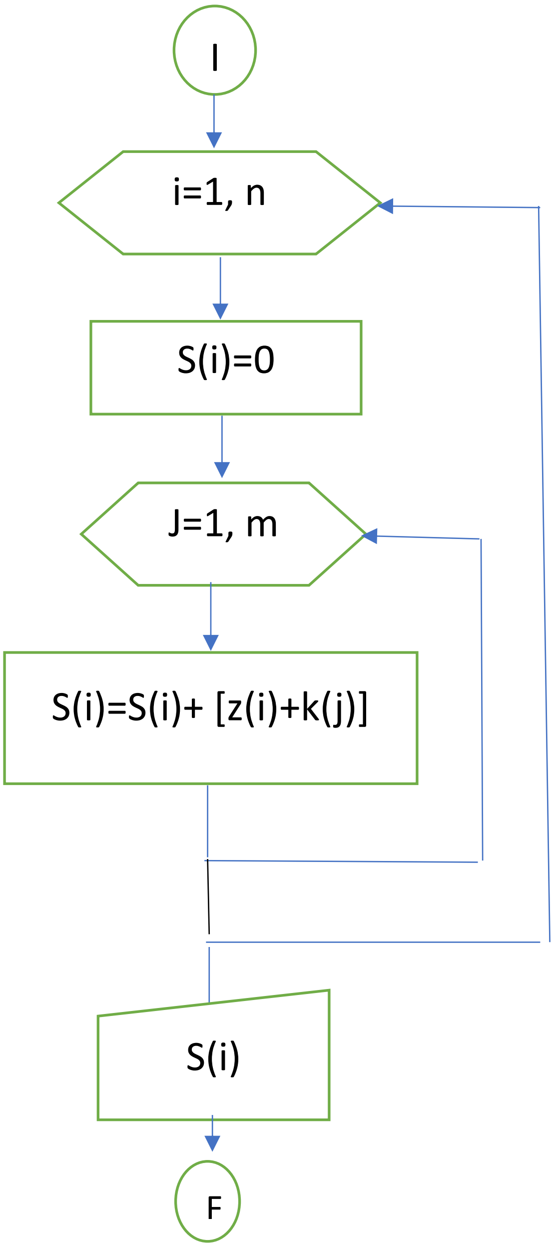
1. Observamos lo que hay a la derecha del igual e identificamos el símbolo del sumatorio (∑), la fórmula de los términos del sumatorio: 7*i+3, y los valores que toma la variable i (que va desde 1 hasta n)
2. Comenzamos a construir el algoritmo, en primer lugar, introducimos la variable n, que indica el número de veces que se repite la suma de términos.
3. Igualamos (inicializamos) a 0 la variable que se encuentra a la izquierda del igual, en este caso: Suma. De esta manera la variable que va a almacenar el valor final del sumatorio (Suma) comienza valiendo 0 y a partir de ahí podemos ir sumando los diferentes sumandos. Es importante ponerlo siempre antes del bucle, ya que, si no, por cada vuelta del bucle, se volvería a almacenar el valor 0 en la variable Suma y se perdería el valor almacenado.
4. Creamos el bucle secuencial en que la i que va desde 1 hasta n, i=1, n
5. Añadimos la expresión que se encuentra dentro del sumatorio (7*i+3) al bucle
6. Cerramos el bucle e introducimos al final la variable de salida Suma, que será el valor final del sumatorio almacenado en esa variable.

OTROS EJEMPLOS DE SUMATORIOS

VECTORES Y MATRICES FORMADOS POR SUMATORIOS: Los sumatorios de vectores y matrices son muy frecuentes y utilizados en algoritmia, por ello vamos a ver cómo elaborar el algoritmo para realizar el sumatorio de matrices y vectores.

VECTORES

$$S(i) = \sum_{j=1}^{m} Z(i) + k(j)$$

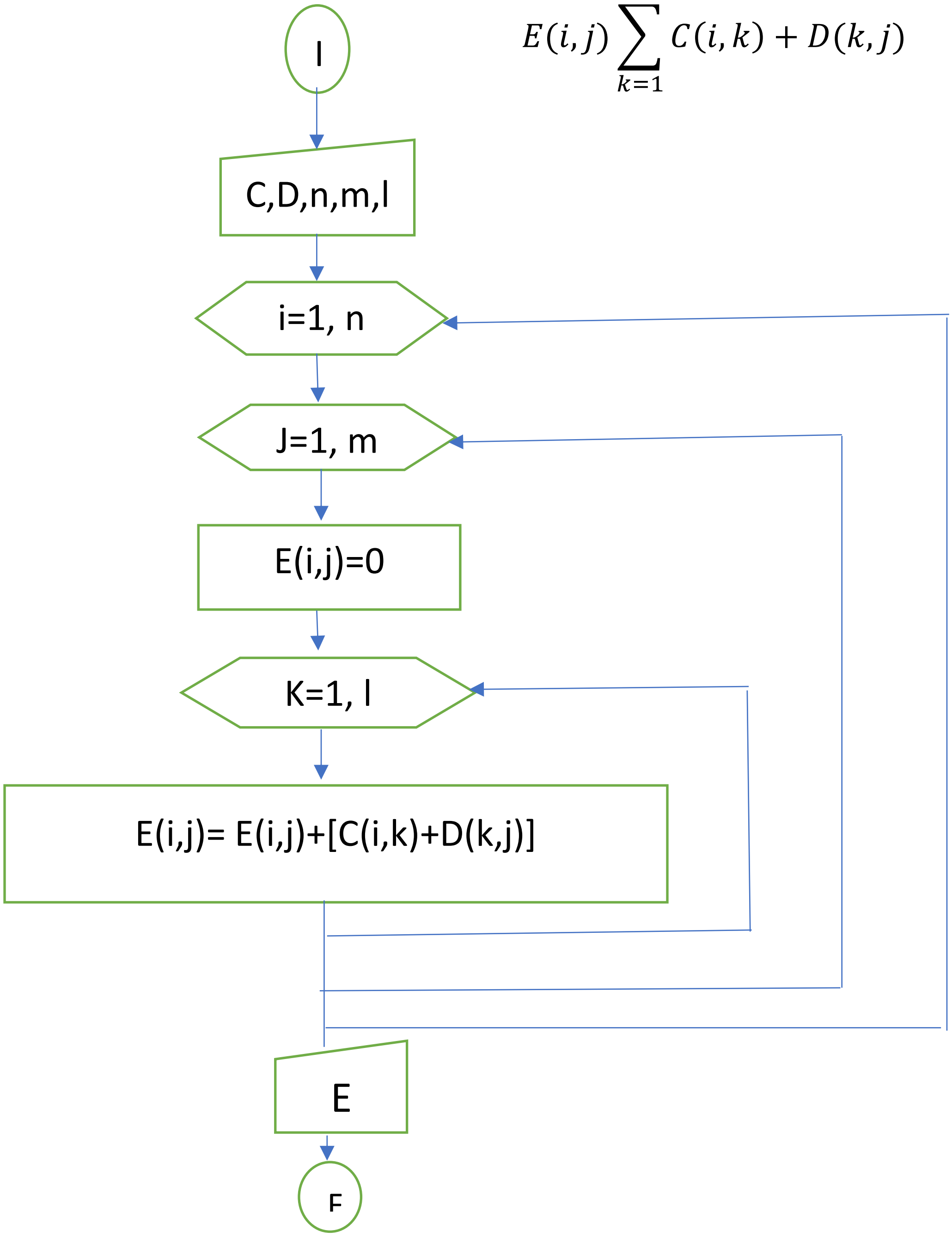


Este caso es similar al anterior, pero es necesario inicializar la variable S(i) a 0 entre los dos bucles, esto se debe a que cada vez que se repite le bucle, el vector debe inicializarse a 0, al estar calculándose el valor de una componente determinada del vector en cada vuelta y no una suma total de sumandos.

1. Al igual que antes nos fijamos en los valores a la derecha del igual y sobre todo en la fórmula de los términos del sumatorio [z(i)+K(j)], que en este caso es la suma de dos vectores.
2. Creamos el bucle secuencial de la variable i, que representa el número de componentes del vector S(i) y del vector Z(i), que va desde i=1 hasta n
3. Inicializamos la variable S(i) a 0, en este caso entre los dos bucles
4. Creamos el bucle secuencial de la variable j, que en este caso representa el número de componentes del vector k(j), que va desde j=1 hasta m
5. Por último, añadimos la fórmula de los términos del sumatorio y añadimos las variables de entrada y salida

MATRICES

$$E(i,j)\sum_{k=1}^{l} C(i,k) + D(k,j)$$



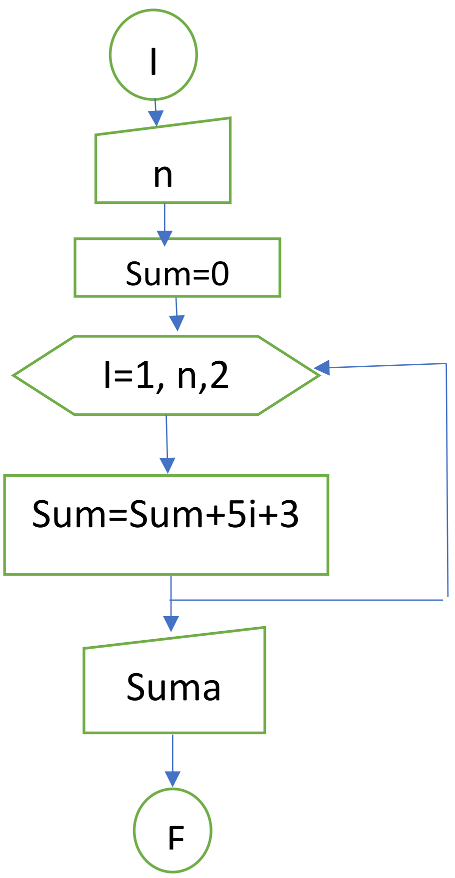
1. El proceso es similar al anterior, primero nos fijamos en lo que se encuentra a la derecha del igual, en especial la fórmula de los términos del sumatorio, que es la suma de dos matrices.
2. Creamos los bucles secuenciales de las variables j (que representan el número de columnas de la matriz E y la matriz D) e i (que representa el número de filas de la matriz E y la matriz C)
3. Inicializamos a 0 entre estos dos bucles y el siguiente ya que en cada vuelta del proceso se calcula una posición determinada de la matriz y no una suma de sumandos.
4. Creamos el bucle secuencial de la variable k y por último añadimos la fórmula de los términos del sumatorio y las variables de entrada y salida.

CASOS PARTICULARES

-Incremento diferente de 1:

Como ya hemos en los anteriores ejemplos, el bucle secuencial for, que representa los diferentes valores que toma la i, se representa como: i=1, n donde 1 es el primer valor de i y n el último. En cada vuelta del bucle se incrementa en una unidad el valor de i. Sin embargo, en este caso, el Δ=2 significa que el valor de la variable i incrementa de 2 en 2

$$Sum = \sum_{\substack{i=1 \\ \Delta=2}}^{n} 5i + 3$$



-Condición de Desigualdad

Esta condición puede producirse tanto en sumatorios como en productorios. En este caso lo que nos indica i≠3 es que la variable i no puede tomar ese valor en concreto. Por lo tanto, el bucle for incrementará su valor una unidad por cada vuelta del bucle al igual que en los primeros ejemplos, pero deberemos imponerles la condición de que no tome el valor 3.

$$Sum \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 3}}^{n} 5i + 3$$