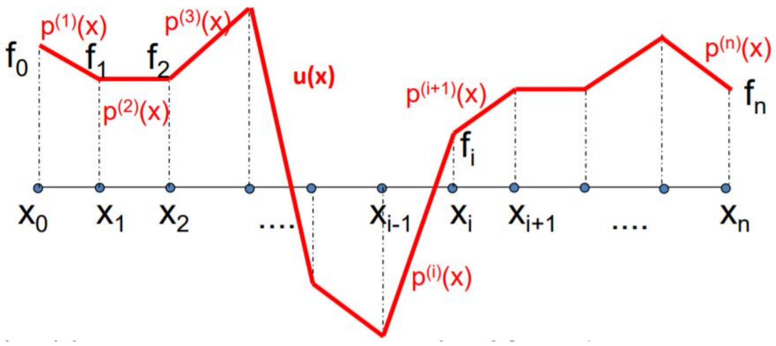
INTERPOLACIÓN POLINÓMICA DE LAGRANGE. **MÉTODO 1: SISTEMA DE ECUACIONES**

INTRODUCCIÓN

¿QÚE ES LA INTERPOLACIÓN?

Es un método de aproximación que permite estimar el valor que toma cierta función en un punto a partir de otros valores conocidos.

Dados unos **puntos x_i** (constituyen el llamado **soporte** de interpolación) y unos **valores $f(x_i)$** o f_i, la interpolación de Lagrange consiste en obtener una función P(x) tal que los valores que esta toma en x_i sean iguales a los valores de $f(x_i)$, verificándose lo siguiente: **$P(x_i)= f(x_i)$, (**i=1, …, n).



MÉTODO 1: SISTEMA DE ECUACIONES

- La función aproximada P(x) será una función polinómica.
- P(x) es de grado n y tiene (n+1) puntos de soporte.
- Los coeficientes (a, b, c, etc.) son números reales.

Si se trata de un polinomio de grado 1 tendrá la siguiente forma: P(x)= a+bx; si es de grado 2: P(x)=a+bx+cx^2; si es de grado 3: P(x)=a+bx+cx^2+dx^3, etc.

<u>Pasos a seguir</u>:

1. Determinar el grado del polinomio según el número de puntos de soporte.
2. Plantear la ecuación general del polinomio de ese grado.
3. Escribimos el polinomio correspondiente a cada instante y sustituimos los valores conocidos (puntos de soporte y valores de f_i), obteniendo un sistema de ecuaciones.
4. Despejar incógnitas (a, b, c, etc.)
5. Obtenemos la expresión del polinomio interpolador de Lagrange P(x).

Por ejemplo, si los datos que nos proporcionan son x_1, x_2, x_3, f_1, f_2 y f_3, el polinomio que obtendremos será de grado 2: P(x)= a+bx+cx^2.

Escribimos el polinomio correspondiente a cada instante

$$\left.\begin{array}{l} a+bx_1+cx_1\text{^}2 = f_1 \\ a+bx_2+cx_2\text{^}2 = f_2 \\ a+bx_3+cx_3\text{^}2 = f_3 \end{array}\right\}$$

Sustituimos los puntos de soporte y despejamos las incógnitas.
Obtenemos así la expresión del polinomio interpolador de Lagrange.

INTERPOLACIÓN POLINÓMICA DE LAGRANGE. **MÉTODO 1: SISTEMA DE ECUACIONES**

EJERCICIO

Dados los puntos soporte {-1,0,3} y sus valores en la función, hallar el polinomio de Lagrange mediante un sistema de ecuaciones.

x	-1	0	3
f(x)	2	4	1

Método 1

P(x) = a + bx + cx²

P(-1): a-b+c = 2
P(0): a = 4
P(3): a+3b+9c = 1

-b+c=-2
3b+4c=-3

a= 4
b= $\frac{5}{4}$
c= $\frac{-3}{4}$

$P(x) = 4 + \frac{5}{4}x - \frac{3}{4}x^2$